

ME-310 Probabilidade II

Lista 4

1. As funções geratrizes de momentos das v.a. X e Y são $M_X(t) = \exp\{2e^t - 2\}$ e $M_Y(t) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}e^t$. Se X e Y são independentes, calcule

- (a) $\mathbb{E}(XY)$;
(b) $\mathbf{P}(X + Y = 2)$ (dica: identifique as distribuições);

2. Dois dados são lançados. Seja X o resultado no primeiro dado, e Y a soma dos resultados. Calcule a função geratriz de momentos conjunta das v.a. X e Y .

3. A densidade conjunta das v.a. X e Y é dada por

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y} e^{-\frac{(x-y)^2}{2}}, \quad 0 < y < \infty, x \in \mathbb{R}.$$

Calcule a função geratriz de momentos conjunta e as funções geratrizes de momentos individuais.

4. Sejam X, Y v.a. independentes, sendo $M_X(z), M_Y(z)$ as funções geradoras de momentos delas. Determine a função geratriz de momentos de v.a. $U = 4X + 7Y$.

5. Sejam X e Y duas v.a. independentes, cada uma com distribuição Normal. Prove que $X + Y$ e $X - Y$ são independentes se e somente se $\text{Var } X = \text{Var } Y$.

6. O número de automóveis vendidos por semana por uma concessionária é uma v.a. com média 15 e variância 4. O que você pode dizer sobre a probabilidade de que numa semana serão vendidos de 11 a 19 (inclusive) automóveis? Se durante uma semana foram vendidos X automóveis, então o lucro da concessionária (em mil reais) é igual $0.5X^{11/10}$. O que você pode dizer sobre o lucro médio semanal da concessionária?

7. A nota final dos alunos de ME 310 é uma v.a. com média 5.5.

- (a) Obtenha uma cota superior para a probabilidade de tirar nota acima de 7.0.
(b) Além da média, sabe-se que a variância da nota final é 2.5. Quantos alunos deve ter na turma, para que a nota média da turma esteja entre 5.0 e 6.0 com probabilidade pelo menos 0.95 (sem usar teorema central do limite)?

8. Seja X uma v.a. não negativa com $\mathbb{E}X = 25$. O que se pode dizer sobre $\mathbb{E}(\sqrt{X})$ e $\mathbb{E}X^3$?

9. Seja X uma v.a. $U(0, 2)$. Ache cotas (usando as desigualdades apropriadas) e as cotas obtidas compare com os valores exatos para $\mathbf{P}(X > 1.95)$, $\mathbf{P}(0.5 < X < 1.5)$.