

ME501: Lista 5

1. Seja uma cadeia de Markov em tempo contínuo com gerador dado por:

$$Q = \begin{pmatrix} -3r & r & r & r \\ r & -3r & r & r \\ r & r & -3r & r \\ r & r & r & -3r \end{pmatrix}$$

for $r > 0$. Calcular a matriz de transição P_t para $t \geq 0$.

2. Numa loja há 2 vendedores. Cada vendedor demora um tempo exponencial com parâmetro μ para servir um cliente. Os clientes chegam de acordo com um processo de Poisson com taxa λ . Os vendedores trabalham da seguinte maneira. A fila é única. Um vendedor está sempre trabalhando, e o outro (ajudante) começa a trabalhar apenas quando tem 2 ou mais clientes no sistema (concluído o serviço e havendo menos que 2 clientes no sistema, ele descansa).

- (a) Calcule P_n (probabilidades de ter n clientes no sistema).
- (b) Qual é a proporção de tempo que o ajudante trabalha?
- (c) Qual é o número médio de clientes na fila?

3. Consideramos um sistema com 2 servidores. Os clientes chegam de acordo com um processo de Poisson com taxa $\lambda = 1$. Quando um cliente chega e encontra os dois servidores vazios, ele vai para servidor 1 com probabilidade $1/3$ ou para servidor 2 com probabilidade $2/3$. Se apenas um servidor estiver vazio, o cliente vai para este servidor. Se os dois servidores estiverem ocupados, o cliente desiste e vai embora (portanto, não há espera na fila). Os tempos de serviço são exponenciais com taxas $\mu_1 = \mu_2 = 2$. Depois que um cliente termina o serviço, ele vai embora do sistema (cada cliente só passa por um servidor). Calcule a proporção de clientes que conseguem entrar no sistema.

4. Considere a seguinte variação do modelo $M/M/1$: taxa de chegadas de fora é λ , taxa de serviço é μ , mas o cliente que completa o serviço vai embora com probabilidade α , e vai para o fim da fila para ser servido de novo com probabilidade $1 - \alpha$.

(a) Escreva e resolva as equações de balanço ($\pi Q = 0$). Quando a solução existe?

(b) Calcule a probabilidade de que o cliente vai ser servido exatamente n vezes.

(c) Calcule o tempo médio que o cliente passa no servidor (não incluindo o tempo de espera na fila). (Dica: use parte (c)).

(d) Qual é a distribuição do tempo total que um cliente passa no servidor?