

Todas as respostas devem ser justificadas!

Exercício 1:(3pts) Seja $(N_t)_{t \geq 0}$ um processo de Poisson com taxa λ , independente da variável aleatória T , onde $T \geq 0$, $E(T) = \mu$ e $Var(T) = \sigma^2$. Calcular $E(N_T)$, $Cov(T, N_T)$ e $Var(N_T)$ em função de λ , μ e σ^2 .

Exercício 2:(3pts) Considere um sistema com três servidores em que os clientes cheguem de acordo com um processo de Poisson com taxa λ e onde os tempos de serviço são exponenciais com taxa μ . Além disso, suponha que um cliente que chega e encontra todos os servidores ocupados sai imediatamente do sistema sem receber nenhum serviço, enquanto um cliente que encontra pelo menos um servidor livre é imediatamente atendido pelo servidor e depois sai do sistema quando o serviço for concluído.

- 1) Se os três servidores estiverem ocupados, encontre o tempo esperado até o próximo cliente entrar no sistema.
- 2) Supondo que os três servidores estejam inicialmente vazios, encontre o tempo esperado até que os três servidores estejam ocupados. (Dica: pensar no processo de nascimento e morte.)

Exercício 3:(4pts) Um computador tem um tempo de vida com distribuição exponencial com taxa λ . Cada vez que ele quebra, ele é reparado e volta a funcionar durante um tempo com distribuição exponencial com mesma taxa λ . Quando ele quebra, a falha pode ter duas origens. Se for uma falha de tipo

1, o tempo de reparo do computador é exponencial com taxa μ_1 ; se for uma falha do tipo 2, o tempo de reparo é exponencial com taxa μ_2 . Cada falha independentemente do tempo que o computador levou para falhar, é uma falha do tipo 1 com probabilidade p e uma falha do tipo 2 com probabilidade $1 - p$. Denotamos por $\mathbf{0}$ o estado em que o computador funciona, $\mathbf{1}$ o estado em que o computador tem falha de tipo 1 e $\mathbf{2}$ o estado em que computador tem falha de tipo 2.

- 1) Determinar o gerador Q da cadeia de Markov em tempo contínuo com espaço de estados $E = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}\}$.
- 2) Qual é a proporção de tempo que o computador funciona?
- 3) Qual é a proporção de tempo que o computador está inoperante devido a uma falha do tipo 1?
- 4) Escrever a equação de Kolmogorov para frente para $P'_{\mathbf{00}}(t)$.